

# Control por Matriz Dinámica (DMC): Sistemas de lazo simple y Multivariable

## Dynamic Matrix Control (DMC): SISO and MIMO Loops

Argemiro Palencia Diaz<sup>1</sup>, Katty M. Cantero Vergara<sup>2</sup>, Ramiro J. Chamorro Coneo<sup>3</sup>

*1,3 -Ingeniero Mecánico, Profesor Instructor. Universidad Autónoma del Caribe.  
Grupo GIIMA. apalencia@uac.edu.co*

*2-, Ingeniero Mecánico, Profesor Asistente. Universidad Autónoma del Caribe.*

*Recibido 3/10/2010, Aceptado 15/12/2010*

### RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo principal evaluar el desempeño de un controlador de matriz dinámica implementado sobre un sistema combinado Mezclador- Reactor, el controlador DMC es probado para 2 configuraciones específicas, una en lazo simple (SISO) y la otra en un sistema multivariable (MIMO). Los parámetros de sintonización se obtienen con las ecuaciones planteadas por Sanjuán M. et al [10] para el sistema SISO y Shridhar R. and Cooper D. [1] para la configuración MIMO. Los resultados del controlador DMC se comparan con los obtenidos a partir de control clásico PID en lazo simple y multivariable, este último implementado con desacopladores. Cada estrategia se evalúa utilizando la integral absoluta del error IAE como indicador de desempeño.

**Palabras clave:** Estrategias de Control, PID, Matriz de Control Dinámico, DMC, MIMO.

### ABSTRACT

This research has the goal to evaluate the behavior of a dynamic matrix controller implemented on a combined mixer-reactor system. DMC controller is tested for 2 specific configurations, one simple loop (SISO) and the other in a multivariable loop (MIMO). Tuning parameters are obtained with the equations developed by Sanjuán M. et al [10] for the SISO system and Shridhar R. and Cooper D. [1] for the MIMO configuration. DMC results are compared with the obtained for classical control (PID), each strategy is evaluated using the integral absolute error IAE as a performance indicator.

**Key words:** Control strategies, PID, Dynamic Matrix Control, DMC, MIMO.

## 1. Introducción

Mantener algunas variables de proceso dentro de un rango de operación requiere por sus características de la utilización de métodos de control más sofisticados que el sistema convencional con PID, el control por matriz dinámica es una de las estrategias avanzadas que constituye un método de solución a esta problemática, la tecnología DMC funciona basándose en el principio de superposición, si se conoce la respuesta del sistema frente a cambios en la variable manipulada o frente a una perturbación medible, y se conoce cuál es el comportamiento adecuado de la variable del proceso, es posible encontrar la señal del controlador que mantenga el sistema dentro de esos márgenes de funcionamiento. El objetivo de esta investigación es evaluar el desempeño de un controlador DMC frente al control convencional para un lazo simple y para un sistema multivariable.

Para lograr el objetivo se plantea la obtención del modelo dinámico de un sistema Mezclador- Reactor y su representación mediante software matemático, posteriormente se implementa cada una de las estrategias propuestas y se realizan corridas bajo distintas condiciones para observar el comportamiento dinámico de las variables controladas, que para el lazo simple es la concentración de salida y para el sistema multivariado son la concentración y la temperatura de salida del tanque mezclador. El control por matriz dinámica ha sido investigado por muchos autores, aparece Shridhar R. and Cooper D. [1] con un estudio en el cual desarrollan una formulación matemática que les permitió la obtención de un set de ecuaciones para sintonizar controladores por matriz dinámica.

Aufderheide B. et al [2] en su investigación observan el comportamiento de un DMC bajo distintos regímenes de operación utilizando modelos múltiples de control predictivo, comentan que estas estrategias tienen gran potencial para manejar sistemas con alta variabilidad en donde las posibilidades de obtener modelos basados en principios básicos es difícil o cuando múltiples perturbaciones están presentes. Bentes F. et al [3] presentaron un análisis comparativo entre el control PI clásico y estrategias de MPC (model predictive control) en un proceso de secado, encontraron que para este tipo de procesos el control mediante DMC presenta un comportamiento satisfactorio incluso para el caso de las mayores perturbaciones.

Fischer M. et al [4] por su parte analizaron una estrategia de control predictivo basada en lógica difusa y compararon sus resultados con los obtenidos en un control mediante DMC, comentan que las dos estrategias mostraron gran efectividad en mantener la estabilidad cuando se usaron en un intercambiador de calor a escala industrial.

Demircan M. et al [5] usaron modelos de lógica difusa para implementar un controlador DMC, en sus resultados comentan que el comportamiento del sistema es bueno en la mayor parte de la zona de operación. Vasconcelos L. et al. [6] desarrollaron una estrategia de control para el secado utilizando matriz dinámica como medio para obtener mejores resultados en la producción, en sus resultados mostraron que la estrategia tiene un comportamiento satisfactorio frente a variaciones en el punto de control y a perturbaciones.

Cutler C [7] en su investigación propone establecer criterios de evaluación del desempeño que permitan observar el comportamiento de las estrategias de DMC y PID en ambientes similares. Ruihua W. and Lihong X. [8] por su parte implementaron una estrategia en la cual un controlador DMC y un PID clásico trabajaban en paralelo en un proceso, en sus resultados establecen que este tipo de estrategia conjugada también presenta buenos resultados en términos de variaciones en los parámetros y frente a perturbaciones. Serra M. et al [9] analizan distintas posibilidades de control para una columna de separación, comentan sobre la capacidad de controladores DMC para manejar perturbaciones y cambios en el punto de control frente a el control clásico o convencional.

Sanjuán M. et al [10] en su investigación proponen una ecuación de sintonización para controladores de matriz dinámica en lazo simple. En sus resultados comentan que la ecuación lograda permite un desempeño adecuado de la estrategia. Kember G. et al [11] en su investigación muestran una formulación para la sintonización de controladores DMC en lazo simple, además realizan su comparación con otras técnicas de sintonización de parámetros, mostrando resultados adecuados. Kember G. et al [12] continuaron con sus investigaciones y desarrollaron un set de ecuaciones para la sintonización de controladores de matriz dinámica pero para el caso multivariable, en sus resultados aparece la comparación de su formulación con el método m-shifted.

En esta investigación por su parte se presenta los resultados de implementar algunas de las ecuaciones planteadas hasta el momento para controladores de matriz dinámica y se compara con el control clásico PID.

## 2. Metodología

### 2.1 Modelado Dinámico del Sistema

#### 2.1.1 Descripción del Proceso

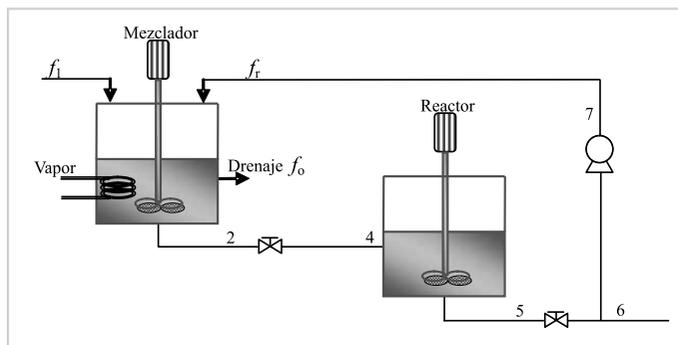
El proceso utilizado para la investigación se da en dos etapas, la primera ocurre en un tanque mezclador al cual

ingresa un flujo  $f_i$  ( $f_r$ ) con una temperatura  $T_1$ , el cual tiene una concentración  $C_{A1}$  del reactivo A, también entra un flujo de recirculación  $f_r$  con temperatura  $T_7$  y concentración  $C_{A7}$  del reactivo y  $C_{B7}$ ,  $C_{C7}$  de los productos B y C que proviene del reactor y aguas abajo y que constituye la segunda etapa, el tanque mezclador es calentado por la acción del flujo de vapor  $w_s$  proveniente de un serpentín ubicado en su interior, de este sale un flujo de drenaje  $f_o$  y un flujo de proceso  $f_2$  los cuales tienen una temperatura  $T_2$  y concentraciones  $C_{A2}$ ,  $C_{B2}$ ,  $C_{C2}$  de A, B y C respectivamente.

El tanque mezclador y el reactor están unidos mediante un sistema de tubería, al reactor entra el flujo  $f_4$  con propiedades diferentes a las del punto 2 debido al retardo por transporte en la tubería, en el reactor ocurre la reacción  $A \rightarrow 2B + C$  y de este sale el flujo  $f_5$  con temperatura  $T_5$  y concentraciones  $C_{A5}$ ,  $C_{B5}$ ,  $C_{C5}$ .

El flujo de retorno es suministrado por una bomba conectada a la salida del reactor por un sistema de tuberías, La figura 1 muestra un esquema del sistema

**Figura 1.** Sistema Mezclador-Reactor.  
**Figure 1.** Mixer-Reactor System



### 2.1.2 Modelo Dinámico

Para el modelado dinámico se desarrollan las ecuaciones correspondientes, las cuales se muestran agrupadas a continuación, además se utilizan representaciones para el retraso por transporte:

Balances de masa

$$f_i(t)\rho_1(t) + f_r(t)\rho_5(t) - f_o(t)\rho_2(t) - f_2(t)\rho_2(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_1(t)\rho_2(t)] \quad [1]$$

$$f_2(t)\rho_4(t) - f_5(t)\rho_5(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_2(t)\rho_5(t)] \quad [2]$$

Balances molares

$$f_i(t)C_{A1}(t) + f_r(t)C_{A5}(t) - f_o(t)C_{A2}(t) - f_2(t)C_{A2}(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_1(t)C_{A2}(t)] \quad [3]$$

$$f_r(t)C_{B5}(t) - f_o(t)C_{B2}(t) - f_2(t)C_{B2}(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_1(t)C_{B2}(t)] \quad [4]$$

$$f_r(t)C_{C5}(t) - f_o(t)C_{C2}(t) - f_2(t)C_{C2}(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_1(t)C_{C2}(t)] \quad [5]$$

$$f_2(t)C_{A4}(t) - f_5(t)C_{A5}(t) - 0.5A_r r_b(t)h_2(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_2(t)C_{A5}(t)] \quad [6]$$

$$f_2(t)C_{B4}(t) - f_5(t)C_{B5}(t) + A_r r_b(t)h_2(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_2(t)C_{B5}(t)] \quad [7]$$

$$f_2(t)C_{C4}(t) - f_5(t)C_{C5}(t) + 0.5A_r r_b(t)h_2(t) = A_r \frac{d}{dt} [h_2(t)C_{C5}(t)] \quad [8]$$

Balances de energía

$$f_i(t)\rho_1(t)c_p T_1(t) + f_r(t)\rho_5(t)c_p T_5(t) - f_o(t)\rho_2(t)c_p T_2(t) - f_2(t)\rho_2(t)c_p T_2(t) + UA_s [T_s(t) - T_2(t)] = A_r c_v \frac{d}{dt} [h_1(t)\rho_2(t)T_2(t)] \quad [9]$$

$$w_s(t)\lambda - UA_s [T_s(t) - T_2(t)] = C_M \frac{d}{dt} [T_s(t)] \quad [10]$$

$$f_2(t)\rho_4(t)c_p T_4(t) - f_5(t)\rho_5(t)c_p T_5(t) + A_r h_2(t)r_b(t)\Delta H_b = A_r c_v \frac{d}{dt} [h_2(t)\rho_5(t)T_5(t)] \quad [11]$$

Densidades

$$\rho_1(t) = \rho_0 + \alpha_1 C_{A1}(t) \quad [12]$$

$$\rho_5(t) = \rho_0 + \alpha_1 C_{A2}(t) + \alpha_2 C_{B2}(t) + \alpha_3 C_{C2}(t) \quad [13]$$

$$\rho_5(t) = \rho_0 + \alpha_1 C_{A5}(t) + \alpha_2 C_{B5}(t) + \alpha_3 C_{C5}(t) \quad [14]$$

$$\rho = \rho_0 + \alpha_1 C_A + \alpha_2 C_B + \alpha_3 C_C \quad [15]$$

Velocidad de reacción

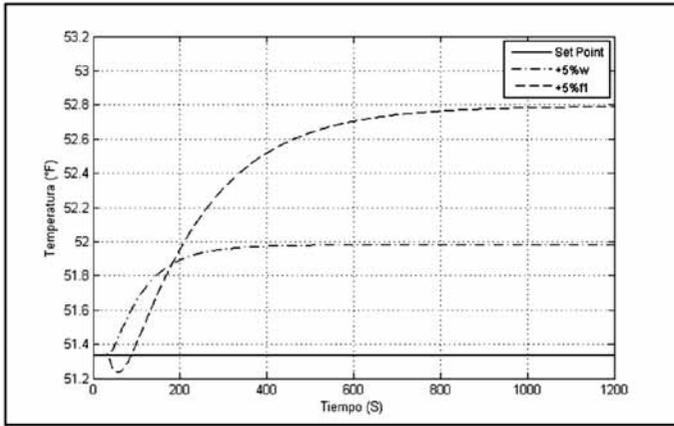
$$r_B = K_0 C_A C_{B5}(t) e^{-\frac{E}{RT}} \quad [16]$$

El sistema de ecuaciones 1 a 16 en conjunto con las de retraso por transporte, son suficientes para representar la dinámica del proceso estudiado.

Finalmente se introducen las ecuaciones dentro del software de modelado matemático y se observa el desempeño de las variables en estado estable. La figura 2 y 3 muestran el comportamiento de la temperatura de salida del reactor y la concentración  $C_A$  de la corriente 5 frente a perturbaciones en el flujo de alimentación y de vapor. Ahora se procede a evaluar el comportamiento de las distintas estrategias propuestas.

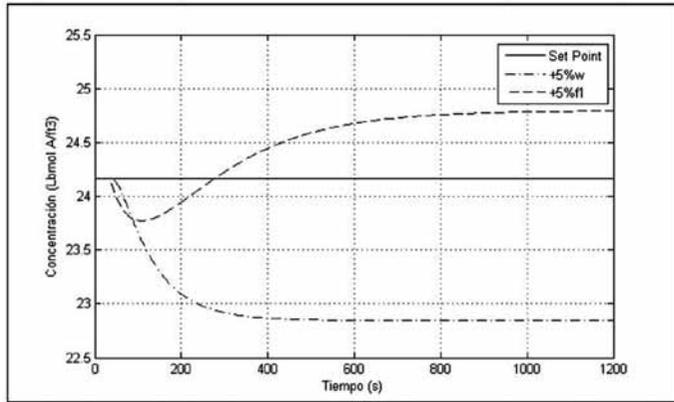
**Figura 2.** Respuesta de la temperatura ante variaciones en las entradas.

**Figure 2.** Response of temperature to inputs changes



**Figura 3.** Respuesta de la concentración ante variaciones en las entradas.

**Figure 3.** Response of Concentration to inputs changes



### 3. Resultados

#### 3.1 Control Por Retroalimentación (PID)

##### 3.1.1 Sistema de lazo simple

La estrategia PID implementada para el lazo simple tiene como variable controlada la Concentración de A en la corriente de salida del reactor, Con el objetivo de establecer los parámetros del controlador se realiza una prueba para caracterizar el proceso variando el flujo de vapor ( $w_s$ ) de su estado estable a un 5% por encima de este. Los resultados permitieron ajustar un modelo de primer orden más tiempo muerto del proceso mediante el método FIT 3 propuesto por Smith C. and Corripio A. [13], las variables del modelo se muestran en la tabla 3.

**Tabla 1.** Modelo de primer orden

**Table 1.** First-order model

Fit 3	
K	-0,25865
$\tau$	30,4225
t0	9,23614

Utilizando este modelo se aplica el método de Sintonizando por síntesis de Dhalin para controladores PID y se obtienen los valores para la ganancia, el tiempo integral y el tiempo derivativo que aparecen en la tabla 2.

**Tabla 2.** Parámetros Controlador (SISO)

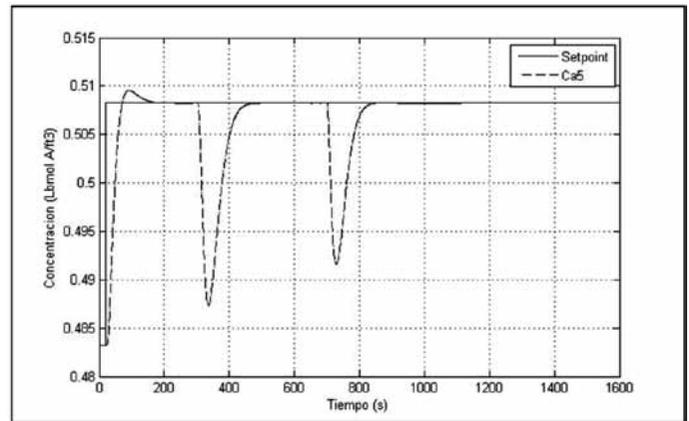
**Table 2.** Controller Parameters (SISO)

PID	
tI	30,422
$\tau D$	4,618
Kc	-5,788

Las figura 4 muestra el comportamiento de la estrategia de control por retroalimentación SISO del proceso.

**Figura 4.** Comportamiento Frente a Cambio de Setpoint (20s), 5% de  $T_1$  (300 s) y en  $C_{A1}$  (70 s) (PID)

**Figure 4.** Behavior against changes in setpoint (20s), 5% of  $T_1$  (300 s) and  $C_{A1}$  (70 s) (PID)



##### 3.1.1 Sistema de lazo Múltiple

La estrategia implementada para el caso multivariable tiene como variables controladas la concentración de A en la corriente 5 y la temperatura de la misma, para realizar la identificación se procede de manera similar que para el caso de lazo simple, se varían en 5% el flujo de vapor ( $w_s$ ) y el flujo de alimentación ( $f_1$ ). Con los resultados se

implementa la técnica de ganancias relativas para escoger las parejas de variable controlada y manipulada, la matriz de ganancias relativas se muestra en la tabla 3.

**Tabla 3.** Matriz de ganancias relativas  
**Table 3.** Relative gains matrix

	m1	m2
C1	0,830	0,169
C2	0,169	0,830

Se obtiene que las parejas para cada lazo son: Flujo de vapor (w)-Concentración de A ( $C_{A5}$ ) y flujo de alimentación ( $f_1$ )-Temperatura ( $T_5$ ), siendo este último el lazo principal. Ahora se utilizan las ecuaciones de sintonización para lazos multivariable 2x2 desarrolladas por Smith C. [12], los parámetros obtenidos son:

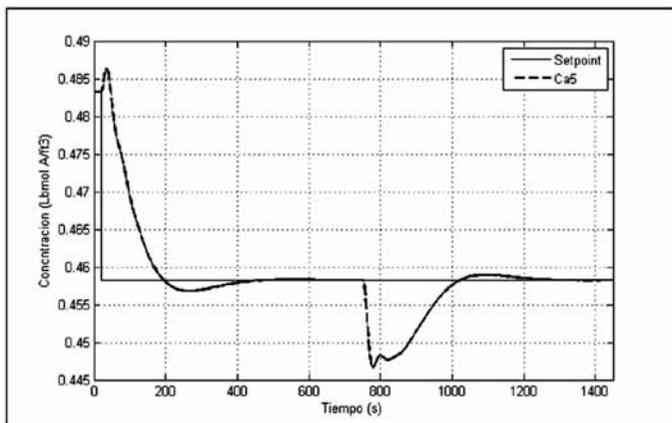
**Tabla 4.** Parámetros de controladores (MIMO)  
**Table 4.** Controller parameters (MIMO)

	LAZO 1		LAZO 2	
PI/PID	$\tau_{i1}$	67,481	$\tau_{i2}$	28,936
	$\tau_{d1}$		$\tau_{d2}$	40,760
	Kc1	7,221	Kc2	-4,279

Las figura 5 y 6 muestran el comportamiento de la estrategia de control por retroalimentación MIMO para cambios en el setpoint y ante perturbaciones, es necesario destacar la utilización de desacopladores para disminuir el efecto de cada variable manipulada en la controlada del lazo opuesto.

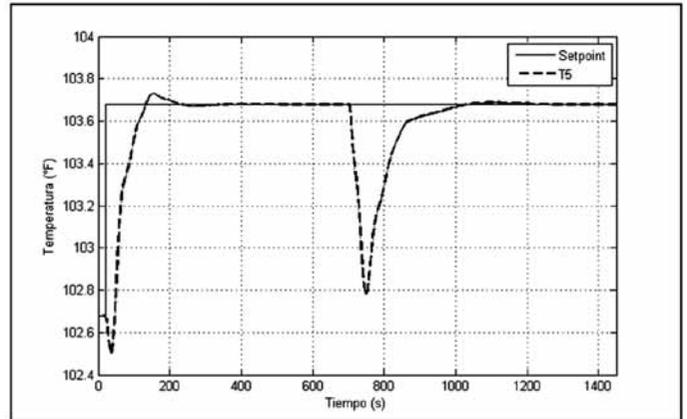
**Figura 5.** Comportamiento  $C_{A5}$  frente a cambio en el setpoint (20 s) y de -5% en  $C_{A1}$  (750 s) (PID MIMO).

**Figure 5.** Behavior  $C_{A5}$  against changes in setpoint (20 s) and -5% in  $C_{A1}$  (750 s) (PID MIMO).



**Figura 6.** Comportamiento  $T_5$  frente a cambio en el setpoint (20 s) y de 5% en  $C_{A1}$  (750 s) (PID MIMO).

**Figure 6.** Behavior  $T_5$  against changes in setpoint (20 s) and 5% in  $C_{A1}$  (750 s) (PID MIMO).



### 3.2 Control Mediante Matriz Dinámica (DMC)

#### 3.2.1 Sistema de lazo simple

Para implementar la estrategia DMC en el lazo simple (SISO), lo primero es establecer el horizonte de control que normalmente es un número entero entre 1 y 6 [1], en el caso particular del sistema se toma un horizonte de control (HC) de 5 para disminuir la agresividad del controlador, además se determina la curva de respuesta del proceso frente a cambios en el controlador, luego se escoge el tiempo de muestreo y el tamaño de la muestra, se obtiene entonces el tamaño del vector de salida del controlador que se desea predecir, se construye la matriz de representación del sistema frente a cambios en la señal del controlador, luego implementamos el algoritmo DMC mediante el método de mínimos cuadrados y se calcula el factor de supresión ( $\lambda$ ) utilizando la formulación desarrollada por Sanjuán M. [10] el cual aparece en la ecuación 17. La figura 7 muestra el comportamiento de la estrategia para en sistema en lazo simple.

$$\lambda = 1.631 \cdot K_p \cdot \left( \frac{t_0}{\tau} \right)^{0.4094} = 0.3 \quad [17]$$

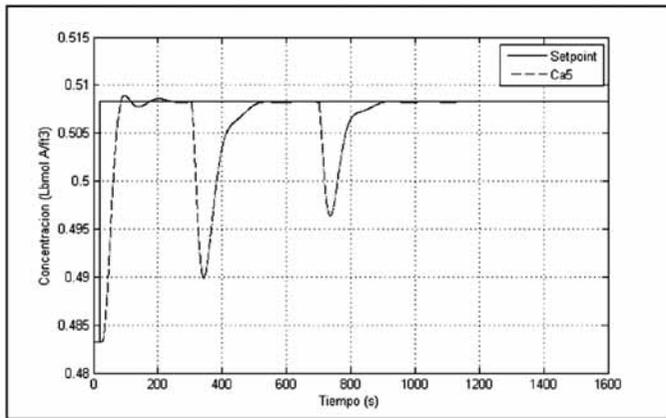
#### 3.2.1 Sistema Multivariable

Para la implementación del sistema de matriz dinámica multivariable se tiene la misma configuración de variables manipuladas y controladas que para el caso de control clásico, además se desarrolla un proceso similar al realizado en el sistema DMC en lazo simple para la escogencia de los parámetros, sin embargo el cálculo del coeficiente

de supresión se desarrolla utilizando la formulación propuesta por Shridhar R. and Cooper D. [1], también fue necesario ajustar la matriz de respuesta del sistema frente a modificaciones en la señal del controlador, la cual en realidad aumenta sus dimensiones debido a la aparición de 2 combinaciones posibles de variable controlada-variable manipulada.

**Figura 7.** Comportamiento Frente a Cambio de Setpoint (20s), 5% de  $T_1$  (300 s) y en  $C_{A1}$  (70 s) (DMC)

**Figure 7.** Behavior against changes in setpoint (20s), 5%  $T_1$  (300 s) and  $C_{A1}$  (70 s) (DMC)



$$\lambda^2 = \frac{HC}{500} \cdot \sum \left[ k_{pij}^2 \left( HP - k_{ij} - \frac{3 \tau_{ij}}{2 T_s} + 2 - \frac{(HC - 1)}{2} \right) \right] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad [18]$$

Donde HC y HP corresponden al horizonte de control y de predicción respectivamente,  $k_p$  es la ganancia de proceso y sus subíndices  $ij$  indican la combinación de variable controlada-variable manipulada,  $T_s$  es el tiempo de muestreo y  $\tau$  la constante de tiempo del proceso. Al utilizar la ecuación 18 se obtiene:

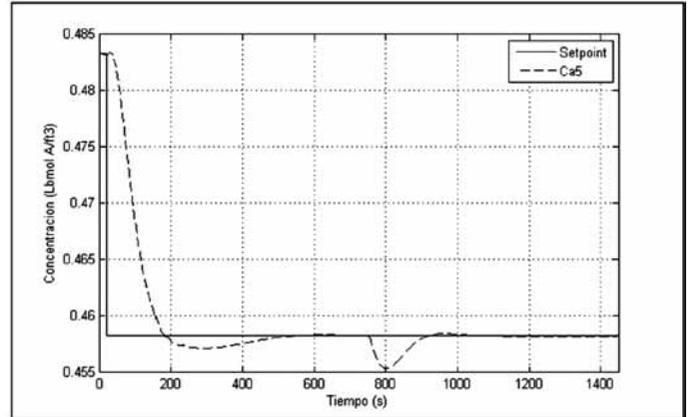
$$\lambda = 0.5$$

Las figuras 8 y 9 muestran los resultados de las simulaciones para el caso MIMO de controlador por matriz dinámica.

Como se puede apreciar en las graficas anteriores el desempeño de los controladores por matriz dinámica es adecuado en términos de tiempo de estabilización y agresividad, la tabla 5 muestra los resultados de IAE para las estrategias implementadas, en esta se ve claramente que la estrategia DMC logra disminuir el error asociado a las variaciones en el proceso, es decir la variable controlada se ajusta al valor del setpoint generando menor desviación.

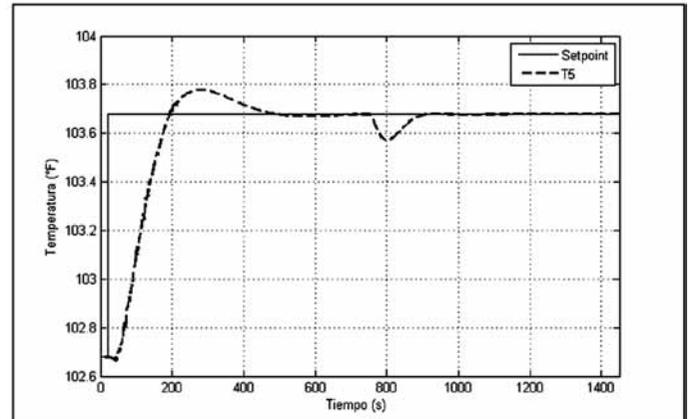
**Figura 8.** Comportamiento  $C_{A5}$  frente a cambio en el setpoint (20 s) y de 5% en  $C_{A1}$  (750 s) (DMC MIMO).

**Figure 8.** Behavior  $C_{A5}$  against changes in setpoint (20 s) and 5% in  $C_{A1}$  (750 s) (DMC MIMO).



**Figura 9.** Comportamiento  $T_5$  frente a cambio en el setpoint (20 s) y de 5% en  $C_{A1}$  (750 s) (MIMO).

**Figure 9.** Behavior  $T_5$  against changes in setpoint (20 s) and 5% in  $CA1$  (750 s) (MIMO).



**Tabla 5.** Integral absoluta del error para las estrategias.

**Table 5.** Integral absolute error for strategies.

Estrategia		IAE
SISO	PID	164
	DMC	133
MIMO	PID	175
	DMC	167,4

#### 4. Conclusiones

- El objetivo de la investigación es comparar el desempeño de la estrategia de control clásico PID con los resultados de un controlador de matriz dinámica DMC,

para lo cual se utilizó como medio la representación dinámica de un sistema Mezclador-Reactor, se debe resaltar que el control clásico sigue siendo una opción viable, ya que en los resultados se puede apreciar un comportamiento adecuado para las configuraciones de lazo simple y multivariable, en esta última se implementaron desacopladores para disminuir efectos no deseados de las señales de los controladores.

- Como resultado del estudio realizado y desde el punto de vista de la integral absoluta del error que es el indicador utilizado, la estrategia de matriz dinámica presenta un mejor comportamiento que el control clásico, lo que permite afirmar que se tienen menores desviaciones del punto de control cuando se utilizan controladores DMC, por otra parte la implementación de esta estrategia avanzada constituye una alternativa atractiva debido a que permite desarrollar el control de varios lazos con la implementación de un solo sistema.

## 5. Referencias

- [1] Shridhar R. and Cooper D., Selection of the Move Suppression Coefficients in Tuning Dynamic Matrix Control, American Control Conference, 729-733, 1997.
- [2] Aufderheide B, Wayne B., Extension of dynamic matrix control to multiple models, Computers and Chemical Engineering., 27, 1079-1096, 2003.
- [3] Bentes F., Aparecido N.; Guimares R., and Teixeira J., Comparison among PI, DMC, QDMC, and GPC Algorithms In The Control Of The Spouted Bed Dryer, Chemical Engineering Communications, 193, 24-37, 2006.
- [4] Fischer M., Nelles O. and Isermann R., Predictive control based on local linear fuzzy models, International Journal of Systems Science, 29 (7), 679-697, 1998.
- [5] Demircan M., Amurdan C. and Postlethwaite E., On-Line Learning Fuzzy Relational Model Based Dynamic Matrix Control of an Open loop Unstable Process, Trans IChemE, 77, 421-428, 1999.
- [6] Vasconcelos L. and Maciel R., Development of a Supervisory Control Strategy For The Optimal Operation Of Grain Dryers, Drying Technology, 16 (9&10), 2017-2031, 1998.
- [7] Cutler C. and Johnston C., Comparison of the Quality Criterion for PID and Predictive Controllers, American Control Conference, 214 – 219, 1985.
- [8] Ruihua W. and Lihong X., Adaptive Paralleled DMC-PID Controller Design on System with Uncertainties, 2009 Ninth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, 720-724, 2009.
- [9] Serra M., Perrier M., Espuña A. and Puigjaner L., Computers and Chemical Engineering, 25, 859-866, 2001.
- [10] Sanjuán M., Smith C. and Iglesias E., Tuning equation for dynamic matrix control in siso loops, Ingeniería y desarrollo, 19, 88-110, 2006.
- [11] Kember G., Dubay R. and Mansoura S., Continuous analysis of move suppressed and shifted DMC, ISA Transactions, 44, 69-80, 2005.
- [12] Dubay R., Kember G., Lakshminarayan C. and Pramujatic B., Development of characteristic equations and robust stability analysis for MIMO move suppressed and shifted DMC, ISA Transactions, 44, 465-479, 2005.
- [13] Smith C. and Corripio A., Principles and Practice of Automatic Process Control, John Wiley & Sons Inc., USA, 1997.